COLEGIO INTERNACIONAL - *SEK* - EL CASTILLO APG
Departamento de Ciencias

FÍSICA I - UNIDAD I: INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA

ANÁLISIS DIMENSIONAL. HOMOGENEIDAD

TEMPORALIZACIÓN: SEPTIEMBRE
1,5 MÓDULOS S

MAGNITUDES FUNDAMENTALES Y MAGNITUDES DERIVADAS

MAGNITUDES FUNDAMENTALES

- Son aquellas que arbitrariamente escoge como tales la comunidad científica internacional y en consecuencia no es necesario definirlas en función de ninguna otra magnitud.
- Las unidades de las magnitudes fundamentales deben ser de fácil reproducción, fiables y estar rigurosamente definidas.

MAGNITUDES DERIVADAS

- Son aquellas que se definen en función de las magnitudes fundamentales al estar relacionadas con ellas por una fórmula matemática o empírica.

SISTEMAS DE UNIDADES

El conjunto de las diferentes magnitudes se agrupan en los denominados *Sistemas de Unidades*, en los que se relacionan las unidades de la misma magnitud mediante valores, normalmente sencillos.

Hay diferentes Sistemas de Unidades, siendo el más utilizado en la actualidad el denominado Sistema Internacional, (abreviadamente SI - 1960). Tiene siete unidades fundamentales y dos complementarias.(J A P G)

EJERCICIO PROPUESTO

Clasificar las siguientes magnitudes físicas en fundamentales y derivadas:

a) Velocidad
b) Densidad
c) Fuerza
d) Volumen
e) Voltaje
f) Peso
g) Aceleración
h) Presión
i) Cantidad de movimiento
j) Intensidad de corriente
k) Carga eléctrica
l) Energía cinética
m) Masa
n) Momentum lineal
o) Tiempo
p) Trabajo
q) Calor
r) Energía potencial

Utilizando las unidades básicas o fundamentales del sistema SI podemos expresar cualquier otra magnitud que denominamos , **magnitud derivada**.

ECUACIÓN DE DIMENSIÓN: Toda magnitud derivada se puede expresar como producto de magnitudes fundamentales y a la expresión generada la denominamos, ecuación de dimensiones.

OBTENCIÓN: Para obtener la ecuación dimensional de una magnitud derivada:

- Partimos de la ecuación matemática que define la magnitud.
- Expresamos todas las magnitudes derivadas que aparezcan en ella, en función de las magnitudes fundamentales y operamos.

HOMOGENEIDAD: Para que una fórmula física sea correcta es necesario que sea homogénea es decir, que las dimensiones de sus dos miembros sean idénticas.

El análisis dimensional es cualitativo y permite decidir si una ecuación, fórmula física, es dimensionalmente correcta o incorrecta. No es cuantitativo, no proporciona la relación numérica real entre las cantidades.

Las unidades fundamentales del SI para la Mecánica son:

Sistema Internacional de Unidades (S.I)			
Magnitud fundamental	**Símbolo**	**Unidad**	**Símbolo**
Longitud	L	Metro	m
Masa	M	Kilogramo	kg
Tiempo	T	Segundo	s

EJEMPLO - 1 - RESUELTO

Obtener la ecuación de dimensión para la superficie.

La superficie es una magnitud derivada

La ecuación que la define es: S = Lado . Lado = Base . Altura = …

La ecuación de dimensión será: $[\, S \,] = [\, L \cdot L] = \; [\, L^2 \,]$

Unidades: **m^2** cm^2 km^2

EJEMPLO - 2 - RESUELTO

Obtener la ecuación de dimensión para el volumen.

El volumen es una magnitud derivada

La ecuación que lo define es: V = Lado . Lado . Lado = Largo . Ancho . Alto =
= Área de la Base . Altura = …

La ecuación de dimensión será: $[\,V\,] = [\,L \cdot L \cdot L] = \ [\,L^3\,]$

Unidades: **m ^{3}** cm ^{3} km ^{3}

EJEMPLO - 3 - RESUELTO

Obtener la ecuación de dimensión para la densidad.

La densidad es una magnitud derivada

La ecuación que la define es: ρ = Masa / Volumen

La ecuación de dimensión será: $[\rho] = [M] \div [V] = [M] \div [L^3] = [M \cdot L^{-3}]$

Unidades: **kg/m ^{3}** = kg· m $^{-3}$ g/cm ^{3} = g · cm $^{-3}$

EJEMPLO - 4 - RESUELTO

Obtener la ecuación de dimensión para la velocidad.

La velocidad es una magnitud derivada
La ecuación que la define es: velocidad = v = espacio / tiempo

La ecuación de dimensión será: $[v] = [L] \div [T] = [L \cdot T^{-1}]$

Unidades: **m · s $^{-1}$** km · h $^{-1}$ cm/s

EJEMPLO - 5 - RESUELTO

Obtener la ecuación de dimensión para la aceleración.

La aceleración es una magnitud derivada
La ecuación que la define es: aceleración = a = velocidad / tiempo

La ecuación de dimensión será: $[a] = \frac{[v]}{[T]} = \frac{[L \cdot T^{-1}]}{[T]} = [L \cdot T^{-2}]$

Unidades: **m · s $^{-2}$** km · h $^{-2}$ cm/s ^{2}

EJEMPLO - 6 - RESUELTO

Obtener la ecuación de dimensión para la fuerza.

La fuerza es una magnitud derivada
La ecuación que la define es: Fuerza = F= masa . aceleración

La ecuación de dimensión será: $[F] = [M] \cdot [a] = [M \cdot L \cdot T^{-2}]$

Unidades: **Newton = N = kg · m · s $^{-2}$** kg · km · h $^{-2}$ **dina = d = g · cm/s ^{2}**

EJEMPLO - 7 - RESUELTO

Obtener la ecuación de dimensión para la energía cinética.

La energía cinética es una magnitud derivada
La ecuación que la define es: E_c = ½ · masa . (velocidad) ^{2}

La ecuación de dimensión será:
$[E_c] = [M] \cdot [v^2] = [M] \cdot [(L \cdot T^{-1})^2] = [M \cdot L^2 \cdot T^{-2}]$
Nota: La constante ½ no tiene dimensiones, es adimensional.
Unidades: **Julio = J = kg · m ^{2} · s $^{-2}$** kg · km ^{2} · h $^{-2}$

EJERCICIO PROPUESTO

- Encontrar las expresiones matemáticas o fórmulas físicas que definen las siguientes magnitudes derivadas:

  El Trabajo La Energía Potencial La Energía Cinética El Calor

- Hallar sus respectivas ecuaciones dimensionales.

- Realizar un análisis, comparando los resultados obtenidos.

- Establecer conclusiones.

Magnitudes derivadas frecuentes			
Velocidad	LT^{-1}	Área	L^2
Aceleración	LT^{-2}	Volumen	L^3
Densidad	ML^{-3}	Peso específico	$ML^{-2}T^{-2}$
Fuerza, Peso, Tensión, Empuje	MLT^{-2}	Trabajo	ML^2T^{-2}
Impulso Mecánico	MLT^{-1}	Potencia	ML^2T^{-3}
Calor	ML^2T^{-2}	Energía Potencial	ML^2T^{-2}
Energía Cinética, Potencial	ML^2T^{-2}	Potencia	ML^2T^{-3}
Momento de Fuerza, Torque	ML^2T^{-2}	Presión	$ML^{-1}T^{-2}$
Momentum Lineal	MLT^{-1}	Caudal	L^3T^{-1}
Aceleración angular	T^{-2}	Velocidad Angular	T^{-1}
Frecuencia	T^{-1}	Carga Eléctrica	IT
Periodo	T	Resistencia eléctrica	$L^2MT^{-3}I^{-2}$
Capacidad eléctrica	$L^{-2}M^{-1}T^4I^2$	Permeabilidad magnética	$MLT^{-2}I^{-2}$
Inductancia Magnética	$L^2MT^{-2}I^{-2}$	Const. Univ. de los gases ideales	$ML^2T^{-2}\theta^{-1}N^{-1}$

1ª APLICACIÓN

La ecuación de dimensión sirve para determinar la unidad de medida de la magnitud considerada.

Ejemplo:

La ecuación que define la magnitud física, fuerza es: Fuerza = F= masa . aceleración

La ecuación de dimensión será: $[F] = [M] \cdot [a]$ = $[M \cdot L \cdot T^{-2}]$

Unidades:

Kilopondio = kp = utm · m · s $^{-2}$ **Newton = N = kg · m · s $^{-2}$** **dina = d = g · cm · s $^{-2}$**

Podemos establecer las equivalencias entre las diferentes unidades:

1 kp = utm · m · s $^{-2}$ = 9,8 kg · m · s $^{-2}$ = 9,8 N = 9,8 · 1000 g · 100 cm · s $^{-2}$ = 9,8 · 10 ^{5} d

2ª APLICACIÓN

La ecuación de dimensión permite determinar si una expresión física es o no dimensionalmente correcta. Toda ecuación debe ser dimensionalmente homogénea, es decir, ambos miembros han de tener la misma ecuación de dimensiones (todos los monomios que la configuran también).

Ejemplo: Las expresiones que generan el espacio recorrido por un móvil que sigue una trayectoria recta, con aceleración constante (MRUA) pueden ser:

$$s = a\,t\,;\; s = \frac{1}{2} v\,t^2\,;\; s = \frac{1}{2} a\,t^2$$

s = espacio recorrido por el móvil
a = aceleración
v = velocidad
t = tiempo

¿Cuál de las tres es dimensionalmente la correcta?
El primer miembro para las tres tiene la misma ecuación de dimensiones: $[s] = [L]$

$$\boxed{[a\,t] = \left[L\,T^{-2}\,T\right] = \left[L\,T^{-1}\right]}$$

$$\boxed{\left[\frac{1}{2} v\,t^2\right] = \left[L\,T^{-1}\,T^2\right] = [L\,T]}$$

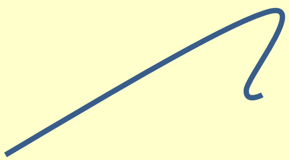
$$\boxed{\left[\frac{1}{2} a\,t^2\right] = \left[L\,T^{-2}\,T^2\right] = [L]}$$

Es la ecuación correcta al cumplir la condición de homogeneidad.

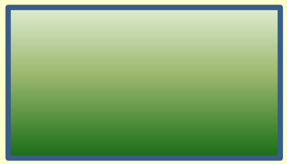
EJERCICIO PROPUESTO

Teniendo en cuenta la condición de homogeneidad, es decir, la coherencia de las unidades que intervienen, indica que fórmulas son falsas o correctas dimensionalmente. Donde:

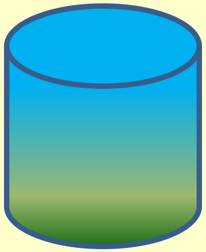
L = LONGITUD



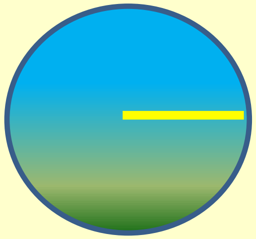
A = ÁREA



V = VOLUMEN



R = RADIO



$V = 3\,\pi\,R^2$

A = 5/2 L^2

$A = \pi\,L\,R$

$A = 2\,\pi\,R$

$L = 3\,\dfrac{V}{R^2}$

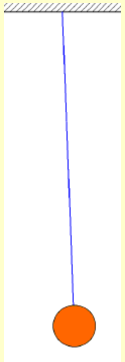
A = 2 $\pi\,\frac{V}{L}$

L = $\pi\,R^2$

EJERCICIO PROPUESTO

Te ofrezco dos posibles fórmulas para calcular el periodo de oscilación de un péndulo simple.

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{g}{L}}$$

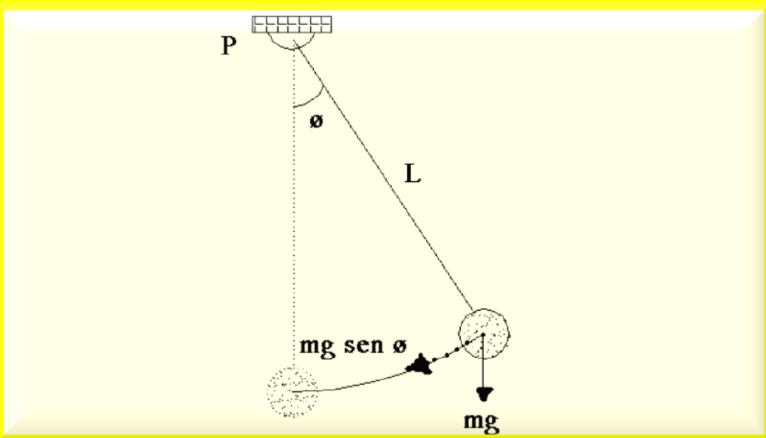


$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}}$$

T = PERIODO = Tiempo que tarda en realizar una oscilación completa, es decir , el tiempo que invierte en la IDA y en la VUELTA.

L = LONGITUD.

g = ACELERACIÓN de la gravedad.

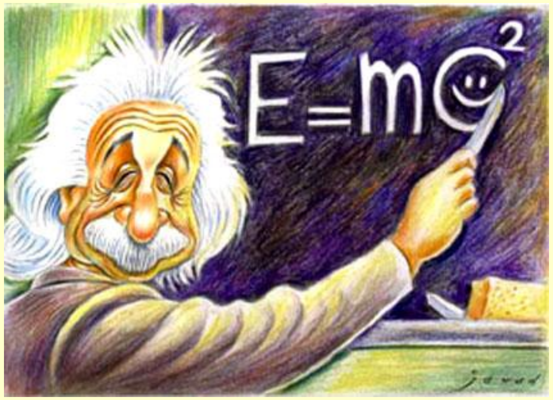


¿Cuál de las dos expresiones es dimensionalmente correcta?

EJERCICIO PROPUESTO

La equivalencia entre la masa y la energía se expresa con la famosa fórmula de

Albert EINSTEIN



E = Energía m = masa c = velocidad de la luz en el vacío

Establece a partir de la ecuación las unidades de la energía en el SI.